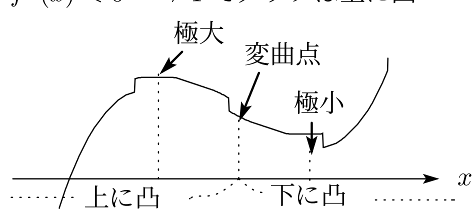
化工数学　No.1

項目	理解すべき基本的事項	理解度
三角関数	相互関係 $\sin^2 x + \cos^2 x = 1, \quad \tan x = \dfrac{\sin x}{\cos x}, \quad 1 + \tan^2 x = \dfrac{1}{\cos^2 x}$ 加法定理 $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha\cos\beta \pm \cos\alpha\sin\beta$ $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha\cos\beta \mp \sin\alpha\sin\beta$　(複号同順) $\tan(\alpha \pm \beta) = \dfrac{\tan\alpha \pm \tan\beta}{1 \mp \tan\alpha\tan\beta}$	100——50——0
指数関数	指数 $a > 0$ とするとき, $a^0 = 1, \quad a^{-1} = \dfrac{1}{a}$ 指数法則 実数 $a > 0,\ b > 0$ で $\alpha,\ \beta$ を実数とするとき, $(i)\ a^{\alpha+\beta} = a^\alpha a^\beta, \quad (ii)\ (a^\alpha)^\beta = a^{\alpha\beta}, \quad (iii)\ (ab)^\alpha = a^\alpha b^\alpha$ 指数関数 定数 a（$a > 0, a \neq 1$）に対して，関数 $y = a^x$ を指数関数といい, そのグラフは $a > 1$ のとき単調増加で, $0 < a < 1$ のとき単調減少である. また，漸近線は $y = 0(x$ 軸) である.	100——50——0
対数関数	対数の定義 $a > 0,\ p > 0,\ q > 0$ のとき,「$q = a^p \iff p = \log_a q$」 対数の性質 $a > 0,\ a \neq 0,\ p > 0,\ q > 0$ のとき, $(i)\ \log_a pq = \log_a p + \log_a q$ $(ii)\ \log_a \dfrac{p}{q} = \log_a p - \log_a q$ $(iii)\ \log_a q^r = r\log_a q$ 底の変換公式 $a > 0,\ a \neq 1,\ p > 0, p \neq 1,\ q > 0$ のとき, $\log_p q = \dfrac{\log_a q}{\log_a p}$ 対数関数 対数関数 $y = \log_a x\ (a > 0,\ a \neq 1)$ の定義域は $x > 0$ であり (真数条件), そのグラフは, $a > 1$ のとき単調増加, $0 < a < 1$ のとき単調減少である. また，漸近線は $x = 0$ (y 軸) である.	100——50——0
自然対数と常用対数	底が e の対数を自然対数といい, e を省略して, $\log x$ と書き，底が 10 の対数を常用対数という．自然対数と常用対数はそれぞれ, $\ln x$,　$\mathrm{lc}x$ と省略して書くことがある.	100——50——0
連続関数	関数 $y = f(x)$ が $x = a$ で連続であるとは, $y = f(x)$ が, $\lim\limits_{x \to a+0} f(x) = \lim\limits_{x \to a-0} f(x) = f(a)$ を満たすときをいう.	100——50——0

化工数学　No.2

項目	理解すべき基本的事項	理解度
微分係数	・関数 $y=f(x)$ に対して，極限値 $\lim_{h\to 0}\dfrac{f(a+h)-f(a)}{h}$ が存在するとき，この極限値を $y=f(x)$ の $x=a$ における微分係数といい，$f'(a)$ と書く．(このとき，$y=f(x)$ は $x=a$ において微分可能であるという) ・関数 $y=f(x)$ が $x=a$ において微分可能であるとき，$x=a$ において連続であるが，$x=a$ において連続であっても微分可能とは限らない	100−−50−−0
導関数	関数 $y=f(x)$ がある区間 I で微分可能であるとき，x を１つ定めると $f'(x)$ が１つ定まる．従って，$y=\ f'(x)(=\lim_{h\to 0}\dfrac{f(x+h)-f(x)}{h})$ は x の関数となる．この関数 $y=f'(x)$ を $y=f(x)$ の導関数という．	100−−50−−0
導関数の性質	微分可能な関数 $f(x),\ g(x)$ と定数 c に対して，次が成り立つ． $\{cf(x)\}'=cf'(x),\qquad \{f(x)\pm g(x)\}'=f'(x)\pm g'(x)$ （複号同順） $\{f(x)g(x)\}'=f'(x)g(x)+f(x)g'(x),$ $\{\dfrac{f(x)}{g(x)}\}'=\dfrac{f'(x)g(x)-f(x)g'(x)}{\{g(x)\}^2}$	100−−50−−0
合成関数の微分法	関数 $y=g(u),\ u=f(x)$ に対して， $\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{dy}{du}\cdot\dfrac{du}{dx}$	100−−50−−0
微分公式	・$(c)'=0$ （c は定数），$(x^n)'=nx^{n-1}$ ・$(\sin x)'=\cos x,\ \ (\cos x)'=-\sin x,\ \ (\tan x)'=sec^2x=\dfrac{1}{\cos^2 x}$ ・$(\mathrm{Sin}^{-1}x)'=\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}},\ \ (\mathrm{Cos}^{-1}x)'=\dfrac{-1}{\sqrt{1-x^2}},\ \ (\mathrm{Tan}^{-1}x)'=\dfrac{1}{1+x^2}$ ・$(\log\lvert x\rvert)'=\dfrac{1}{x},\ \ (\log_a\lvert x\rvert)'=\dfrac{1}{x}\log_a e$ （ただし，$a>0,\ a\neq 0$） ・$(e^x)'=e^x,\ \ (a^x)'=a^x\log a$ （ただし，$a>0,\ a\neq 0$）	100−−50−−0
接線の方程式	曲線 $y=f(x)$ 上の点 $P(a,f(a))$ における接線の方程式 $y-f(a)=f'(a)(x-a)$	100−−50−−0
関数のグラフ	微分可能な関数 $y=f(x)$ のグラフは $f(x)$ が $x=a$ で極値をとる $\Longrightarrow\ f'(a)=0$ $f(x)$ が $x=a$ で極値をとる $\Longrightarrow\ f''(a)=0$ ある区間 I で $f''(x)>0\ \Longrightarrow I$ でグラフは下に凸 ある区間 I で $f''(x)<0\ \Longrightarrow I$ でグラフは上に凸 	100−−50−−0

化工数学　No.3

項目	理解すべき基本的事項	理解度
不定積分の性質	$\int kf(x)\,dx = k\int f(x)\,dx$ $\int f(x) \pm g(x)\,dx = \int f(x)\,dx \pm \int g(x)\,dx$	100——50——0
置換積分	$\int f(\phi(x))\phi'(x)\,dx = \int f(t)\,dt \qquad (t=\phi(x))$	100——50——0
部分積分	$\int f'(x)g(x)\,dx = f(x)g(x) - \int f(x)g'(x)\,dx$	100——50——0
種々の関数の不定積分	(1) $\int x^a\,dx = \frac{1}{a+1}x^{a+1}$　(2) $\int \frac{1}{x}\,dx = \log\lvert x\rvert$ (3) $\int e^x\,dx = e^x$　(4) $\int \sin x\,dx = -\cos x$ (5) $\int \cos x\,dx = \sin x$　(6) $\int \frac{1}{\cos^2 x}\,dx = \tan x$ (7) $\int \frac{1}{\sin^2 x}\,dx = -\cot x$　(8) $\int \tan x\,dx = -\log\lvert\cos x\rvert$ (9) $\int \frac{1}{\sqrt{a^2-x^2}}\,dx = \mathrm{Sin}^{-1}\frac{x}{a}$　(10) $\int \frac{1}{x^2+a^2}\,dx = \frac{1}{a}\mathrm{Tan}^{-1}\frac{x}{a}$ (11) $\int \frac{f'(x)}{f(x)}\,dx = \log\lvert f(x)\rvert$　(12) $\int \frac{1}{x^2-a^2}\,dx = \frac{1}{2a}\log\left\lvert\frac{x-a}{x+a}\right\rvert$ (13) $\int f(ax+b)\,dx = \frac{1}{a}F(ax+b),$　ここで $F(x) = \int f(x)\,dx$ (14) $\int e^{ax}\cos bx dx = \frac{e^{ax}}{a^2+b^2}(a\cos bx + b\sin bx)$ (15) $\int e^{ax}\sin bx dx = \frac{e^{ax}}{a^2+b^2}(a\sin bx - b\cos bx)$ (16) $\int \sqrt{a^2-x^2}\,dx = \frac{1}{2}\left(x\sqrt{a^2-x^2} + a^2\mathrm{Sin}^{-1}\frac{x}{a}\right)$ (17) $\int \sqrt{x^2+A}\,dx = \frac{1}{2}\left(x\sqrt{x^2+A} + A\log\lvert x+\sqrt{x^2+A}\rvert\right)$ (18) $\int \frac{1}{\sqrt{x^2+A}}\,dx = \log\lvert x+\sqrt{x^2+A}\rvert$ (注) a: (1) $a \neq -1$　(9)(10)(16) $a>0$　(12)(13) $a \neq 0$ とする	100——50——0
変数分離形	変数分離形 $f(y)y' = g(x)$ の微分方程式は，両辺を x で積分することで一般解を求めることができる.	100——50——0
場合の数	場合の数の定義 あることがらについて，起こりうるすべての場合を数え上げるとき，その総数を場合の数という. 和の法則　m 通りある事象 A と n 通りある事象 B があり, A と B は同時に起こらないとき, A または B である場合の数は $m+n$ 通りである. 積の法則 m 通りある事象 A があり，そのそれぞれに対して, B である場合がつねに n 通りあるとき, A かつ B である場合の数は $m \times n$ 通りである.	100——50——0
順列	順列の定義 ある集合から，いくつかの要素を取り出し，順序をつけて並べたものを順列という. n 個から r 個とる順列の総数 異なる n 個から r 個を取り出して 1 列に並べたものの総数は $_nP_r = n(n-1)(n-2)\cdots(n-r+1)$ である．特に, n 個から n 個を取り出して 1 列に並べたもの総数は$_nP_n$であり，これを n の階乗といい, $n!$で表す.	100——50——0

化工数学　No.4

項目	理解すべき基本的事項	理解度
円順列	n 個のものを円形に並べたものを円順列といい，その総数は $$\frac{n!}{n} = (n-1)!$$ である．	100−−50−−0
重複順列	n 個のものから，同じものを何度も使ってよいものとして, r 個を取り出して 1 列に並べたものを, n 個から r 個とる重複順列といい，その総数は $${}_nH_r = n^r$$ となる．	100−−50−−0
組合せ	n 個のものから，順序を問題にしないで, r 個を取り出して 1 組としたものを n 個から r 個とる組合せといい，その総数は, $${}_nC_r = \frac{{}_nP_r}{r!} = \frac{n(n-1)(n-2)\cdots(n-r+1)}{r(r-1)(r-2)\cdots 1}$$ である．	100−−50−−0
同じものを 含む順列	全部で n 個の文字があって，そのうち, a が p 個, b が q 個, c が r 個あるとき，これらを 1 列に並べる並べ方の総数は, $$\frac{n!}{p!q!r!} \qquad \text{ただし}, n = p+q+r$$	100−−50−−0
確率の定義	定義 同じ条件のもとで繰り返すことができる実験，観測を**試行**という. その試行の結果，起こることがらを**事象**という. もうそれ以上分けることが事象を**根元事象**という. 根元事象の全体からなる事象を**全事象**という. どの根元事象も同様に確からしい試行において，全事象 U に属する根元事象の個数を $n(U)$，事象 A に属する根元事象の個数を $n(A)$ とするとき, 事象 A の**確率**は $$P(A) = \frac{n(A)}{n(U)}$$ で定義される．	100−−50−−0
排反事象	２つの事象があって，一方が起これば，他方は決して起こらないとき，２つの事象は**排反**であるといい，互いに排反である事象を**排反事象**という.	100−−50−−0
余事象	全事象 U の中で，事象 A に対して, A が起こらないという事象を A の**余事象**といい,$\overline{A}$と表す．このとき, $$A \cap \overline{A} = \emptyset \qquad A \cup \overline{A} = U$$ が成り立ち，余事象$\overline{A}$の確率は, $$P(\overline{A}) = 1 - P(A)$$ となる．	100−−50−−0
行列の演算 和・スカラー倍	２つの $m \times n$ 行列 $A = (a_{ij})$，$B = (b_{ij})$，の和とスカラー倍 $A + B = (a_{ij} + b_{ij})$,　$kA = (ka_{ij})$　$(i = 1, \cdots, m, \ \ j = 1, \cdots, n)$ (例)　$k\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} + l\begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ka_{11}+lb_{11} & ka_{12}+lb_{12} \\ ka_{21}+lb_{21} & ka_{22}+lb_{22} \end{pmatrix}$	100−−50−−0
行列の積	$m \times l$ 行列 A と $l \times n$ 行列 B について $m \times n$ 行列 AB が定義される． (注)　２つの n 次正方行列 A, B について $AB \neq BA$	100−−50−−0 100−−50−−0

化工数学　No.5

<table>
<tr><th>項目</th><th>理解すべき基本的事項</th><th>理解度</th></tr>
<tr><td>逆行列</td><td>$AA' = A'A = E$ となる A' を正方 A の逆行列という (A^{-1} で表す)
正則行列：逆行列をもつ行列
積の逆行列：$(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$
2次の逆行列 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ が逆行列をもつ $\iff ad - bc \neq 0$
このとき逆行列は $A^{-1} = \dfrac{1}{ad-bc}\begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$</td><td>100−−50−−0
100−−50−−0
100−−50−−0</td></tr>
<tr><td>行列式の性質</td><td>ある行 (列) が因数 k をもつ $\Longrightarrow$ k は行列式の因数
i 行 (列) に j 行 (列) の k 倍を加える $\Longrightarrow$ 行列式の値は不変
2つの行 (列) が同じ $\Longrightarrow$ 行列式の値 $= 0$
2つの行 (列) を入れ替える $\Longrightarrow$ 元の行列式の値の -1 倍
転置行列について $|{}^tA| = |A|$　正方行列の積について $|AB| = |A||B|$
逆行列について $|A^{-1}| = 1/|A|$
行 (列) による展開が可能である</td><td>100−−50−−0
100−−50−−0
100−−50−−0
100−−50−−0</td></tr>
<tr><td>線形独立</td><td>n 個のベクトル $\boldsymbol{v_1}, \cdots, \boldsymbol{v_n}$ が線形独立とは次の命題が成立すること
$a_1\boldsymbol{v_1} + \cdots + a_n\boldsymbol{v_n} = \boldsymbol{0} \iff a_1 = \cdots = a_n = 0$
線形独立でないとき線形従属という</td><td>100−−50−−0</td></tr>
<tr><td>線形変換</td><td>平面 (空間) のベクトル間の変換で, 次の条件を満たす変換 f
$$f(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}) = f(\boldsymbol{a}) + f(\boldsymbol{b}), \qquad f(k\boldsymbol{a}) = kf(\boldsymbol{a})$$
を線形変換という. 平面 (空間) の場合2次 (3次) 正方行列 A により
$$f(\boldsymbol{a}) = A\boldsymbol{a}$$
A: 線形変換 f を表す (表現) 行列,　f: 行列 A の表す線形変換
合成変換 $f \circ g \longleftrightarrow AB$,　逆変換 $f^{-1} \longleftrightarrow A^{-1}$,　恒等変換 $\longleftrightarrow E$</td><td>100−−50−−0
100−−50−−0</td></tr>
<tr><td>回転</td><td>平面上の点を原点のまわりに θ 回転させる (表現) 行列 A
$$A = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$$</td><td>100−−50−−0</td></tr>
<tr><td>直交変換</td><td>ベクトルの大きさを保つ線形変換, その表現行列を直交行列という
回転を表す (表現) 行列もその一つ　(注) 直交行列は逆を持つ
A: 直交行列 $\iff A^{-1} = {}^tA$</td><td>100−−50−−0
100−−50−−0</td></tr>
<tr><td>固有値
固有ベクトル</td><td>正方行列 A についてとなる
$$A\boldsymbol{v} = \lambda\boldsymbol{v} \qquad (\boldsymbol{v} \neq \boldsymbol{0})$$
となる $\boldsymbol{v}$ と実数 λ が存在するとき
λ : A 固有値,　$\boldsymbol{v}$: λ に対する固有ベクトル
固有ベクトル: 固有多項式 $|A - \lambda E| = 0$ の解</td><td>100−−50−−0
100−−50−−0</td></tr>
<tr><td>対角化</td><td>A: 対角化可能 $\iff$ A の固有ベクトルが線形独立
$\lambda_1, \cdots, \lambda_n$: A の固有値, $\boldsymbol{v_1}, \cdots, \boldsymbol{v_n}$: 対応する固有ベクトル
$$P^{-1}AP = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & \lambda_n \end{pmatrix}$$
ここで P は n 個の固有ベクトルを並べた行列 $P = (\boldsymbol{v_1}, \cdots, \boldsymbol{v_n})$</td><td>100−−50−−0
100−−50−−0
100−−50−−0</td></tr>
</table>